

6. Plašč pravilne šeststrane prizme meri 546 cm^2 , osnovna ploskev pa $73,5\sqrt{3} \text{ cm}^2$. Koliko meri:

- a) površina prizme,
- b) osnovni rob,
- c) višina prizme,
- č) njena prostornina?

Reševanje:

$$\text{a) } P = 2 \cdot O + pl = (147\sqrt{3} + 546) \text{ cm}^2$$

$$\begin{aligned} \text{b) } O &= 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 73,5\sqrt{3} \quad / \cdot 4 \\ 6 \cdot a^2 &= 294 \quad / : 6 \\ a^2 &= 49 \rightarrow a = 7 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\text{c) } pl = 6 \cdot a \cdot v \rightarrow v = pl : 6a = 546 : 42 = 13 \text{ cm}$$

$$\text{d) } V = O \cdot v = 73,5\sqrt{3} \cdot 13 = 955,5\sqrt{3} \text{ cm}^3$$

7. Osnovna ploskev pravilne šeststrane prizme meri $24\sqrt{3} \text{ cm}^2$, njena prostornina pa $360\sqrt{3} \text{ cm}^3$. Koliko meri:

- a) višina prizme,
- b) plašč prizme,
- c) površina prizme?

Reševanje:

$$\text{a) } V = O \cdot v \rightarrow v = V : O = 360\sqrt{3} : 24\sqrt{3} = 360 : 24 = 15 \text{ cm}$$

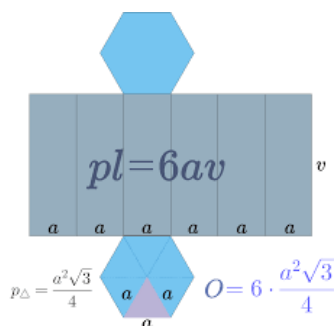
$$\begin{aligned} \text{b) } O &= 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 24\sqrt{3} \quad / \cdot 4 \\ 6 \cdot a^2 &= 96 \quad / : 6 \\ a^2 &= 16 \rightarrow a = 4 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$pl = 6 \cdot a \cdot v = 6 \cdot 4 \cdot 15 = 360 \text{ cm}^2$$

$$\text{c) } P = 2 \cdot O + pl = (48\sqrt{3} + 360) \text{ cm}^2$$

8. Pravokotnik z dolžino 72 cm in širino 12 cm je plašč 12 cm visoke pravilne šeststrane prizme. Izračunaj prostornino prizme. Kaj lahko poveš o dolžini robov te prizme?

Reševanje:



Iz skice za plašč vidimo, da velja:

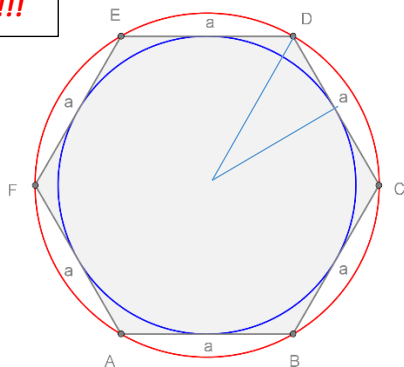
$v = 12 \text{ cm}$ in $a = 72 : 6 = 12 \text{ cm}$,
kar pomeni, da je to **enakoroba prizma**.

$$O = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 6 \cdot \frac{144\sqrt{3}}{4} = 216\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$V = O \cdot v = 216\sqrt{3} \cdot 12 = 2592\sqrt{3} \text{ cm}^3$$

9. Izračunaj površino in prostornino pravilne šeststrane prizme, če meri osnovni rob $a = 7 \text{ cm}$, stranski rob pa je enak polmeru kroga, ki je včrtan osnovni ploskvi. Rezultat naj bo točen.

TEŽKA NALOGA!!!



Gledamo **modro krožnico!** (včrtano)

Narisan trikotnik je pravokoten trikotnik s hipotenuzo a in eno kateto $a/2$. Iščemo pa drugo kateto, ki je polmer našega včrtanega kroga. Pomagamo si s Pitagorovim izrekom:

$$a^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + r^2 \rightarrow r^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = 49 - 12,25 = 36,75$$

$$r = \sqrt{36,75} = 3,5\sqrt{3} \quad r = s = v \rightarrow v = 3,5\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$O = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 6 \cdot \frac{49\sqrt{3}}{4} = 73,5\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$pl = 6 \cdot a \cdot v = 6 \cdot 7 \cdot 3,5\sqrt{3} = 147\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$P = 2 \cdot O + pl = 147\sqrt{3} + 147\sqrt{3} = 294\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$V = O \cdot v = 73,5\sqrt{3} \cdot 3,5\sqrt{3} = 771,75 \text{ cm}^3$$

10. Osnovni rob pravilne šeststrane prizme meri 8 cm. Ploščina plašča prizme je trikrat večja od ploščine osnovne ploskve. Izračunaj površino in prostornino prizme. Rezultat naj bo točen.

$$pl = 3 \cdot O$$

$$O = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 6 \cdot \frac{64\sqrt{3}}{4} = 96\sqrt{3} \text{ cm}^2 \rightarrow pl = 3 \cdot 96\sqrt{3} = 288\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$P = 2 \cdot O + pl = 192\sqrt{3} + 288\sqrt{3} = 480\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$pl = 6 \cdot a \cdot v \rightarrow v = pl : 6a = 288\sqrt{3} : 48 = 6\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$V = O \cdot v = 96\sqrt{3} \cdot 6\sqrt{3} = 1728 \text{ cm}^3$$

$$\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3$$

11. Ploščina plašča pravilne šeststrane prizme je 2232 dm^2 , stranski rob meri 31 dm . Izračunaj površino in prostornino te prizme.

Stranski rob je v bistvu višina $\rightarrow v = 31 \text{ dm}$.

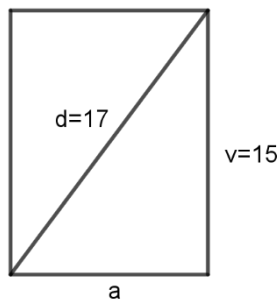
$$pl = 6 \cdot a \cdot v \rightarrow a = pl : 6v = 2232 : 186 = 12 \text{ dm}$$

O

$$P = 2 \cdot O + pl = (432\sqrt{3} + 2232) \text{ dm}^2$$

$$V = O \cdot v = 216\sqrt{3} \cdot 31 = 6696\sqrt{3} \text{ dm}^3$$

12. Pravilna šeststrana prizma ima višino 15 cm , diagonala stranske ploskve pa meri 17 cm . Izračunaj površino in prostornino prizme. Rezultat naj bo točen.



$$\text{Pitagorov izrek: } d^2 = a^2 + v^2 \rightarrow a^2 = d^2 - v^2$$

$$a^2 = 17^2 - 15^2 = 289 - 225 = 64 \rightarrow a = 8 \text{ cm}$$

$$O = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 6 \cdot \frac{64\sqrt{3}}{4} = 96\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$pl = 6 \cdot a \cdot v = 6 \cdot 8 \cdot 15 = 720 \text{ cm}^2$$

$$P = 2 \cdot O + pl = (192\sqrt{3} + 720) \text{ cm}^2$$

$$V = O \cdot v = 96\sqrt{3} \cdot 15 = 1440\sqrt{3} \text{ cm}^3$$

13. Plašč pravilne šeststrane prizme je pravokotnik s stranicama 18 cm in 24 cm . Izračunaj, v kakšnem razmerju sta prostornini obeh prizem, ki sta mogoči ob danem plašču.

1.možnost:

$$a = 24:6 = 4 \text{ cm}$$

$$v = 18 \text{ cm}$$

$$O_1 = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 6 \cdot \frac{16\sqrt{3}}{4} = 24\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$V_1 = O \cdot v = 24\sqrt{3} \cdot 18 = 432\sqrt{3} \text{ cm}^3$$

2.možnost:

$$a = 18:6 = 3 \text{ cm}$$

$$v = 24 \text{ cm}$$

$$O_2 = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 6 \cdot \frac{9\sqrt{3}}{4} = 13,5\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$V_2 = O \cdot v = 13,5\sqrt{3} \cdot 24 = 324\sqrt{3} \text{ cm}^3$$

$$V_1 : V_2 = 432\sqrt{3} : 324\sqrt{3} = \frac{432}{324} = \frac{4}{3} = 4 : 3$$

14. Osnovni rob pravilne šeststrane prizme meri 9 cm, višina prizme je enaka osnovnemu robu. Izračunaj površino in prostornino prizme. Rezultat naj bo točen.

$$v = a = 9 \text{ cm}$$

$$O = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 6 \cdot \frac{81\sqrt{3}}{4} = 121,5\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$pl = 6 \cdot a \cdot v = 6 \cdot 9 \cdot 9 = 486 \text{ cm}^2$$

$$P = 2 \cdot O + pl = (243\sqrt{3} + 486) \text{ cm}^2$$

$$V = O \cdot v = 121,5\sqrt{3} \cdot 9 = 1093,5\sqrt{3} \text{ cm}^3$$

15. Rob enakorobe šeststrane prizme meri 12 cm. Izračunaj površino in prostornino prizme. Izrazi ju tudi z robom a. Rezultat naj bo točen.

$$v = a = 12 \text{ cm}$$

Izrazimo površino in prostornino samo z osnovnim robom a.

$$P = 2 \cdot O + pl = 2 \cdot 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + 6 \cdot a \cdot v = 3 \cdot a^2\sqrt{3} + 6 \cdot a \cdot a = 3a^2\sqrt{3} + 6a^2$$

$$V = O \cdot v = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a = 6 \cdot \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$$

Vstavimo še podatek a = 12 cm:

$$P = 3 \cdot 144 \cdot \sqrt{3} + 6 \cdot 144 = (432\sqrt{3} + 864) \text{ cm}^2$$

$$V = 6 \cdot \frac{12^3\sqrt{3}}{4} = 6 \cdot \frac{1728\sqrt{3}}{4} = 2592\sqrt{3} \text{ cm}^3$$

16. Kolikšno maso ima steklena prizma s prostornino 40 cm³, če je gostota stekla 2,5 g/cm³?

Reševanje:

$$m = \rho \cdot V; \rho \text{ je gostota}$$

$$m = 2,5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 40 \text{ cm}^3 = 100 \text{ g} = 0,1 \text{ kg}$$