

Ali si že mojster?



1. Izračunaj neznane količine danih prizem.

a) $O = 25 \text{ cm}^2$
 $pl = 120 \text{ cm}^2$
 $P = ?$

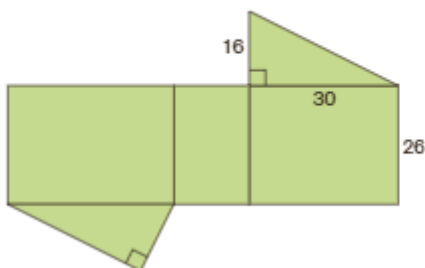
$$P = 2 \cdot O + pl = 2 \cdot 25 + 120 = \mathbf{170 \text{ cm}^2}$$

b) $P = 700 \text{ cm}^2$
 $pl = 230 \text{ cm}^2$
 $v = 14 \text{ cm}$
 $O = ?$
 $V = ?$

$$P = 2 \cdot O + pl \rightarrow O = (P - pl) : 2 = 470 : 2 = \mathbf{235 \text{ cm}^2}$$

$$V = O \cdot v = 235 \cdot 14 = \mathbf{3290 \text{ cm}^3}$$

2. Izračunaj površino in prostornino prizme, ki je z mrežo predstavljena na sliki. Dolžine so izražene v centimetrih.



$$v = 26 \text{ cm}$$

$O =$ pravokotni trikotnik s katetama
16 cm in 30 cm

plašč pl sestavljajo trije pravokotniki z eno
skupno stranico 26 cm

Izračunajmo najprej po Pitagorovem izreku še dolžino hipotenuze:

$$h^2 = k_1^2 + k_2^2 = 16^2 + 30^2 = 256 + 900 = 1156 \rightarrow h = \sqrt{1156} = \mathbf{34 \text{ cm}}$$

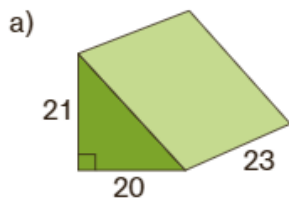
Osnovna ploskev: $O = \frac{k_1 \cdot k_2}{2} = \frac{16 \cdot 30}{2} = \mathbf{240 \text{ cm}^2}$

Plašč: $pl = av + bv + cv = 16 \cdot 26 + 30 \cdot 26 + 34 \cdot 26 = \mathbf{2080 \text{ cm}^2}$

Površina: $P = 2 \cdot O + pl = 2 \cdot 240 + 2080 = \mathbf{2560 \text{ cm}^2}$

Volumen: $V = O \cdot v = 240 \cdot 26 = \mathbf{6240 \text{ cm}^3}$

3. Izračunaj površino in prostornino prizme, ki je predstavljena na sliki. Dolžine so izražene v centimetrih.



$$v = 23 \text{ cm}$$

$O =$ pravokotni trikotnik s katetama
20 cm in 21 cm

plašč pl sestavljajo trije pravokotniki z eno
skupno stranico 23 cm

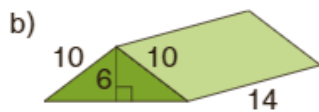
$$h^2 = k_1^2 + k_2^2 = 20^2 + 21^2 = 400 + 441 = 841 \rightarrow h = \sqrt{841} = 29 \text{ cm}$$

$$\text{Osnovna ploskev: } O = \frac{k_1 \cdot k_2}{2} = \frac{20 \cdot 21}{2} = 210 \text{ cm}^2$$

$$\text{Plašč: } pl = av + bv + cv = 20 \cdot 23 + 21 \cdot 23 + 29 \cdot 23 = 1610 \text{ cm}^2$$

$$\text{Površina: } P = 2 \cdot O + pl = 2 \cdot 210 + 1610 = 2030 \text{ cm}^2$$

$$\text{Volumen: } V = O \cdot v = 210 \cdot 23 = 4830 \text{ cm}^3$$



$$v = 14 \text{ cm}$$

$O =$ enakokraki trikotnik s krakom
 $a = 10 \text{ cm}$ in višino na osnovnico $v_c = 6 \text{ cm}$

plašč pl sestavljajo trije pravokotniki z eno
skupno stranico 14 cm

Najprej moramo izračunati še osnovnico trikotnika c. Pomagamo si s Pitagorovim izrekom:

$$\left(\frac{c}{2}\right)^2 = a^2 - v_c^2 = 100 - 36 = 64 \rightarrow \frac{c}{2} = 8 \rightarrow c = 16 \text{ cm}$$

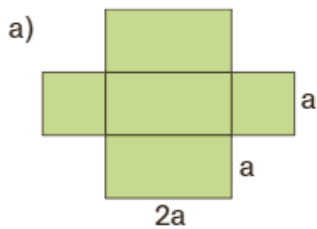
$$\text{Osnovna ploskev: } O = \frac{c \cdot v_c}{2} = \frac{16 \cdot 6}{2} = 48 \text{ cm}^2$$

$$\text{Plašč: } pl = av + av + cv = 10 \cdot 14 + 10 \cdot 14 + 16 \cdot 14 = 504 \text{ cm}^2$$

$$\text{Površina: } P = 2 \cdot O + pl = 2 \cdot 48 + 504 = 600 \text{ cm}^2$$

$$\text{Volumen: } V = O \cdot v = 48 \cdot 14 = 672 \text{ cm}^3$$

4. Izrazi s stranico a površino in prostornino škatle brez pokrova, katere mreža je predstavljena na sliki.



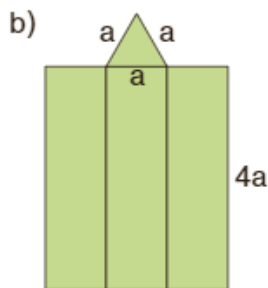
Pravilna 4-strana prizma:
Osnovni rob je a , višina je $2a$.

$$P = 2 \cdot O + pl = a^2 + 3 \cdot a \cdot v, \text{ brez pokrova}$$

$$P = 2a^2 + 6a^2 = 8a^2 \quad v = 2a$$

$$V = O \cdot v = a^2 \cdot v$$

$$V = a^2 \cdot 2a = 2a^3$$



Pravilna 3-strana prizma:
Osnovni rob je a , višina je $4a$.

$$P = 2 \cdot O + pl = 2 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + 3 \cdot a \cdot v, \quad v = 4a$$

$$P = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} + 12a^2$$

$$V = O \cdot v = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot v = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot 4a$$

$$V = a^3\sqrt{3}$$

5. Osnovna ploskev prizme je kvadrat s stranico 17 cm . Plašč prizme meri 2040 cm^2 . Kolikšni sta površina in prostornina telesa?

Reševanje:

$$a = 17 \text{ cm}$$

$$O = a^2 = 17^2 = 298 \text{ cm}^2$$

$$pl = 4av = 2040 \rightarrow v = 2040 : 4a = 2040 : 68 = 30 \text{ cm}$$

$$P = 2 \cdot O + pl = 2 \cdot 298 + 2040 = 2636 \text{ cm}^2$$

$$V = O \cdot v = 298 \cdot 30 = 8940 \text{ cm}^3$$

6. Osnovna ploskev pravilne tristrane prizme meri $24\sqrt{3} \text{ cm}^2$, prostornina pa je $216\sqrt{3} \text{ cm}^3$. Izračunaj dolžino osnovnega in stranskega roba prizme.

$$V = O \cdot v \rightarrow v = V : O = 216\sqrt{3} : 24\sqrt{3} = \mathbf{9 \text{ cm}} \rightarrow \textit{stranski rob}$$

$$O = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 24\sqrt{3} / \cdot 4$$

$$a^2 = 96 \rightarrow a = \sqrt{96} = \mathbf{4\sqrt{6} \text{ cm}} \rightarrow \textit{osnovni rob}$$

7. Površina pravilne štiristrane prizme meri 4888 cm^2 . Izračunaj njeno višino, če meri osnovni rob 26 cm .

$$O = a^2 = 26^2 = 676 \text{ cm}^2$$

$$P = 2 \cdot O + pl \rightarrow pl = P - 2 \cdot O = 4888 - 1352 = \mathbf{3536 \text{ cm}^2}$$

$$pl = 4av = 3536 \rightarrow v = 3536 : 4a = 3536 : 104 = \mathbf{34 \text{ cm}}$$

8. Koliko tehta 1 m dolga, 6 dm široka in 2 cm debela železna plošča, če je gostota železa $7,8 \text{ kg/dm}^3$?

Reševanje:

Vse podatke spremenimo v isto enoto, dm.

$$1 \text{ m} = 10 \text{ dm}, 2 \text{ cm} = 0,2 \text{ dm}$$

Prostornina kvadra je:

$$V = a \cdot b \cdot c = 10 \cdot 6 \cdot 0,2 = 12 \text{ dm}^3$$

$$m = \rho \cdot V = 7,8 \cdot 12 = \mathbf{93,6 \text{ kg}}$$

9. Najmanj koliko kvadratnih decimetrov kartona potrebujemo za izdelavo darilne škatle brez pokrova v obliki pravilne šeststrane prizme z osnovnim robom 5 cm in višino 3 cm?

Reševanje:

$$a = 5 \text{ cm}, v = 3 \text{ cm}$$

$P = O + pl \rightarrow$ samo ena osnovna ploskev, ker ni pokrova

$$O = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 6 \cdot \frac{25\sqrt{3}}{4} = 37,5\sqrt{3} \text{ cm}^2 = 65 \text{ cm}^2 \text{ (zaokroženo na celi del)}$$

$$pl = 6av = 6 \cdot 5 \cdot 3 = 90 \text{ cm}^2$$

$$P = 65 + 90 = 155 \text{ cm}^2 = \mathbf{1,55 \text{ dm}^2}$$

38

10. Izračunaj površino pravilne šeststrane prizme, če meri ploščina osnovne ploskve $384\sqrt{3} \text{ cm}^2$, prostornina pa $8448\sqrt{3} \text{ cm}^3$.

$$V = O \cdot v \rightarrow v = V : O = 8448\sqrt{3} : 384\sqrt{3} = \mathbf{22 \text{ cm}}$$

$$O = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 384\sqrt{3} / \cdot 4$$

$$6a^2 = 1536 / : 6$$

$$a^2 = 256 \rightarrow \mathbf{a = 16 \text{ cm}}$$

$$pl = 6av = 6 \cdot 16 \cdot 22 = \mathbf{2112 \text{ cm}^2}$$

$$P = 2 \cdot O + pl = 2 \cdot 384\sqrt{3} + 2112 = \mathbf{(768\sqrt{3} + 2112) \text{ cm}^2}$$

11. Površina pravilne štiristrane prizme meri 153 cm^2 . Razmerje med ploščino osnovne ploskve in ploščino plašča je $4 : 9$. Koliko meri prostornina prizme?

Reševanje:

$$O : pl = 4 : 9 \rightarrow O = 4t, pl = 9t \text{ (nova neznanka - to poznamo iz razmerij)}$$

$$P = 2 \cdot O + pl = 2 \cdot 4t + 9t = 17t$$

$$153 = 17t \rightarrow t = 153 : 17 = 9$$

$$O = 36 \text{ cm}^2 \text{ in } pl = 81 \text{ cm}^2$$

Ker imamo opravka s pravilno 4-strano prizmo, velja:

$$O = a^2 = 36 \rightarrow a = 6 \text{ cm}$$

$$pl = 4av \rightarrow v = pl : 4a = 81 : 24 = 3,375 \text{ cm}$$

$$V = O \cdot v = 36 \cdot 3,375 = 121,5 \text{ cm}^3$$

12. Enakoroba štiristrana prizma in enakoroba šeststrana prizma imata enaka osnovna robova. V kolikšnem razmerju sta njuni prostornini?

Reševanje:

Ker sta prizmi enakorobi, velja: $a = v$.

$$O_1 = a^2 \rightarrow \text{osnovna ploskve pravilne 4 - strane prizme}$$

$$O_2 = 6 \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \rightarrow \text{osnovna ploskva pravilne 6 - strane prizme}$$

$$V_1 : V_2 = (O_1 \cdot v) : (O_2 \cdot v) = a^2 : 6 \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = 1 : \frac{3\sqrt{3}}{2} = 2 : 3\sqrt{3}$$